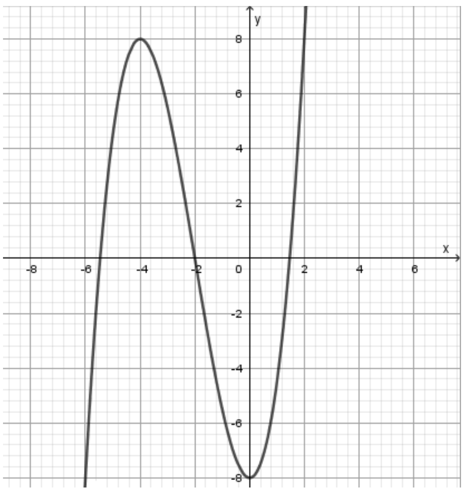
Übung

Vorgehensweise bei Steckbriefaufgaben

1. Allgemeine Funktionsgleichung aufschreiben und ggf. ableiten
2. Aufgabentext auf Symmetrie durchsuchen
   - ⇨ Achsensymmetrie: Alle „ungeraden Exponenten“ streichen
   - ⇨ Punktsymmetrie: Alle „geraden Exponenten“ streichen
3. Punkte raussuchen
   - ⇨ in die Funktion einsetzen
4. Alles mit Steigung raussuchen (Hat Extrempunkt, berührt die Achse, hat eine waagrechte Tangente, hat die Steigung …)
   - ⇨ in die erste Ableitung einsetzen
5. Alles mit Wendestellen, Wendetangenten aussuchen und in die
   - ⇨ in die zweite Ableitung einsetzen
6. Gleichungssystem ausrechnen
7. In die allgemeine Form einsetzen.

Wie lautet die Vorschrift der folgenden Funktion 3.Grades?



Lösung: Punkte ablesen und eine der Extremstellen benutzen, z.B. f‘(0) = 0

f(-4) = 8

f(-2) = 0

f(0) = -8

f‘(0) = 0

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 8$

Eine ganzrationale Funktion 2. Grades, mit einem Extremum

bei $x = 1$ und einem Achsenschnittpunkt bei P (0|-3) und A (5|0).

Lösung:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f(0) = -3 \Rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -3 \Rightarrow d = -3$

$f(5) = 0 \Rightarrow a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 0 \Rightarrow d = 0$

$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden.

Funktion: $f(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{5}x - 3$

2)

Bestimme die Funktion 3. Grades, die durch die Punkte P_1 (-2|2), P_2 (0|4)

geht und die x-Achse bei $x = -1$ berührt.

Lösung:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f(-2) = 2$	$\Rightarrow a \cdot (-2)^3 + b \cdot (-2)^2 + c \cdot (-2) + d = 2$	$\Rightarrow -8a + 4b - 2c + d = 2$
$f(0) = 4$	$\Rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 2$	$\Rightarrow$ $d = 2$
$f'(-1) = 0$	$\Rightarrow 3a \cdot (-1)^2 + 2b \cdot (-1) + c = 0$	$\Rightarrow 3a - 2b = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden. Siehe Aufgaben

Lösen von LGS oder verwende den Taschenrechner

Funktion: $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

3)

Eine Funktion 3. Grades, symmetrisch zum Ursprung hat einen Tiefpunkt bei (1|-2). Wie lautet die Funktionsgleichung? Ansatz genügt.

Lösung:

Punktsymmetrisch zum Ursprung (nur ungerade Exponenten):

$f(x) = ax^3 + cx$

$f'(x) = 3ax^2 + c$

$f(1) = -2 \Rightarrow a \cdot 1^3 + c \cdot 1 = -2 \qquad \Rightarrow a + c = -2$

$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a \cdot 1^2 + c = 0 \qquad \Rightarrow 3a + c = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden. Siehe Aufgaben

Lösen von LGS oder verwende den Taschenrechner

Funktion: $f(x) = x^3 - 3x$

4)

Bestimme die Funktionsgleichung mit den beschrieben Eigenschaften: Der Graph einer Funktion 4. Grades, der zur y-Achse symmetrisch ist, geht durch A (0|2) und hat eine Extremstelle bei B (2|0).

Lösung:

Nur gerade Exponenten wegen Achsensymmetrisch

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f(x) = ax^4 + bx^2 + d$

$f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

$f(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0^4 + b \cdot 0^2 + d = 2 \Rightarrow d = 2$

$f(2) = 0 \Rightarrow a \cdot 2^4 + b \cdot 2^2 + d = 0 \Rightarrow 16a + 4b + d = 0$

$f'(2) = 0 \Rightarrow 4a \cdot 2^3 + 2b \cdot 2 = 0 \Rightarrow 32a + 4b = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden. Siehe Aufgaben

Lösen von LGS oder verwende den Taschenrechner

Funktion: $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 2$

5)

Im Graph der Funktion 4. Grades ist ein Extrempunkt bei P (0|-1) vorhanden und ein Sattelpunkt bei Q (1|0). Welche Funktionsgleichung ergibt sich aus diesen Punkten?

Lösung:

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

$f(0) = -1 \Rightarrow a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = -1 \Rightarrow e = -1$

$f(1) = 0 \Rightarrow a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 + c \cdot 1^2 + d \cdot 1 + e = 0 \Rightarrow a + b + c + d + e = 0$

$f(1) = 0 \Rightarrow a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 + c \cdot 1^2 + d \cdot 1 + e = 0 \Rightarrow a + b + c + d + e = 0$

$f'(0) = 0 \Rightarrow 4a \cdot 0^3 + 3b \cdot 0^2 + 2c \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$

$f''(1) = 0 \Rightarrow 12a \cdot 1^2 + 6b \cdot 1 + 2c = 0 \Rightarrow 12a + 6b + 2c = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden. Siehe Aufgaben

Lösen von LGS oder verwende den Taschenrechner

Funktion: $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 1$

6)

Eine ganzrationale Funktion 4. Grades, mit einem Sattelpunkt im Ursprung und einem Tiefpunkt bei P (-2|-6).

Lösung:

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

$f(-2) = -6 \Rightarrow a\cdot(-2)^4 + b\cdot(-2)^3 + c\cdot(-2)^2 + d\cdot(-2) + e = -6 \Rightarrow 16a - 8b + 4c - 2d + e = -6$

$f(0) = 0 \Rightarrow a\cdot0^4 + b\cdot0^3 + c\cdot0^2 + d\cdot0 + e = 0 \Rightarrow e = 0$

$f'(-2) = 0 \Rightarrow 4a\cdot(-2)^3 + 3b\cdot(-2)^2 + 2c\cdot(-2) + d = 0 \Rightarrow -32a + 16b - 4c + d = 0$

$f'(0) = 0 \Rightarrow 4a\cdot0^3 + 3b\cdot0^2 + 2c\cdot0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$

$f''(0) = 0 \Rightarrow 12a\cdot0^2 + 6b\cdot0 + 2c = 0 \Rightarrow 2c = 0$

Rechnung soll hier nicht gezeigt werden. Siehe Aufgaben

Lösen von LGS oder verwende den Taschenrechner

Funktion: $f(x) = \frac{9}{8}x^4 + 3x^3$